物理（マーク解答問題）

〔Ⅰ〕 以下の空欄にあてはまるものを各解答群から選び，マーク解答用紙の該当欄にマークせよ。

図１のように，z 軸の正の向きに一様であるが時間とともに変化する磁場をかける。この中に，長さ L で絶縁体の細い糸の一方の端を磁場中のある点Ｏに固定し，もう一方の端に質量 M，正の電荷 $+q$ を持つ粒子をつなぐ。時刻 $t < 0$ のある時刻に，糸が磁場と垂直に張った状態で，粒子を磁場と糸に垂直な方向に初速 v で打ち出した。粒子は磁場と垂直な平面上を，z 軸の正の方から見て時計まわりに半径 L で円運動した。粒子の円に沿った運動については，粒子の運動の向きを正の向きとする。円周率を π とし，粒子にはたらく重力は無視してよい。

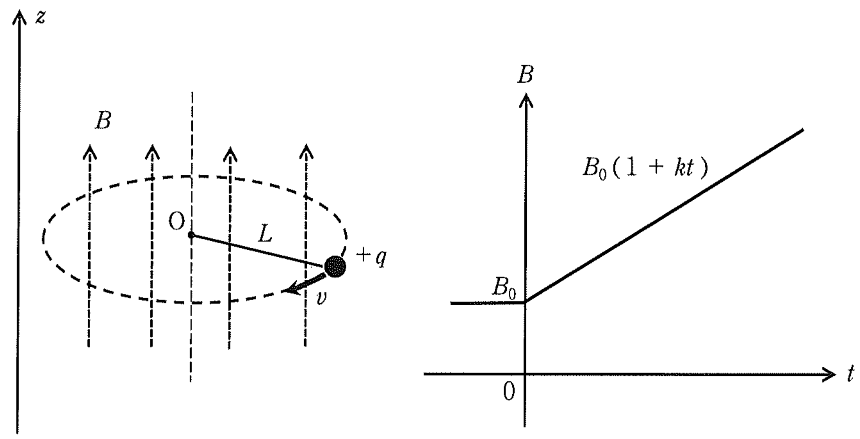


図１

問１ 時刻 $t < 0$ では一様磁場の磁束密度は一定値 B_0 であった。このとき，糸がたるまずに等速円運動することのできる粒子の速さの最小値を v_0，角速度を ω_0 とすると，v_0 は $\boxed{(1)}$ と表される。たとえば，$B_0 = 1.0\,\mathrm{T}$ として，回転している粒子が陽子と同じ質量 $M = 1.7 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ と電荷 $q = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ を持つ場合，角速度 ω_0 は $\boxed{(2)}$ rad/s となる。ただし，粒子の速さは光速よりも十分に小さいものとする。時刻 $t < 0$ で粒子に初速 $v = 3v_0$ を与え，$t > 0$ では磁束密度を $B = B_0(1 + kt)$（k は正の定数）でゆっくり変化させると，半径 L の円周軌道に沿って誘導起電力が発生する。この誘導起電力による，粒子の軌道に沿った方向の電場 E の大きさは $\boxed{(3)}$ となる。この電場により，時刻 t のときの粒子の円運動の速さ v も $v = 3v_0 + at$（a は加速度）のように変化する。粒子が受ける，軌道に沿った方向の力を F とすると $F = Ma$ がなりたつので，$a = \boxed{(4)}$ と表される。

(1)の解答群

a．$\dfrac{qLB_0}{2M}$　　b．$\dfrac{qLB_0}{M}$　　c．$\dfrac{qB_0}{M}$　　d．$\sqrt{\dfrac{qLB_0}{M}}$

e．$\sqrt{qB_0}$　　f．$\dfrac{M}{qLB_0}$　　g．$\dfrac{M}{2qB_0}$　　h．$\sqrt{\dfrac{qLB_0}{2M}}$

(2)の解答群

a．9.4×10^{6}　　b．1.5×10^{7}　　c．1.1×10^{-8}　　d．1.5×10^{8}

e．9.4×10^{7}　　f．5.9×10^{6}　　g．1.1×10^{-7}　　h．5.9×10^{8}

(3)の解答群

a．$\dfrac{1}{2}LkB_0$　　b．$\pi L^2 kB_0$　　c．$\dfrac{1}{2}L(1+kt)B_0$　　d．LkB_0

e．$\pi L^2(1+kt)B_0$　　f．Lk^2B_0　　g．$2Lk^2B_0$　　h．$2\pi Lk^2B_0$

(4)の解答群

a．$\dfrac{q}{M}$　　b．$\dfrac{q}{M}v_0$　　c．$\dfrac{k}{2L}$　　d．$\dfrac{k}{2L}v_0$

e．$\dfrac{k}{2}$　　f．$\dfrac{k}{2}v_0$　　g．k　　h．πkLv_0

問2　問1のように初速 $3v_0$ で粒子を打ち出した場合，磁束密度が変化する $t>0$ では粒子の速さが変化するため，糸の張力 T も $T=$ $\boxed{(5)}$ と時間変化する。その結果，時刻 $t=$ $\boxed{(6)}$ で，初めて糸がたるむことになる。

(5)の解答群

a．qB_0v_0kt　　b．$qB_0v_0\left(6+\dfrac{5}{2}kt+\dfrac{1}{4}k^2t^2\right)$　　c．$qB_0v_0\left(\dfrac{1}{2}kt-\dfrac{1}{4}k^2t^2\right)$

d．$qB_0v_0\left(6-\dfrac{1}{2}kt-\dfrac{1}{4}k^2t^2\right)$　　e．$qB_0v_0\left(3-\dfrac{1}{2}kt\right)$　　f．$qB_0v_0\left(3+\dfrac{1}{2}kt\right)$

g．$qB_0v_0\left(1-\dfrac{1}{2}kt\right)$　　h．$qB_0v_0\left(12+\dfrac{13}{2}kt+\dfrac{3}{4}k^2t^2\right)$

(6)の解答群

a．$\dfrac{6}{k}$　　b．$\dfrac{2}{3k}$　　c．$\dfrac{3}{4k}$　　d．$-\dfrac{6}{k}$

e．$\dfrac{1}{k}$　　f．$\dfrac{2}{k}$　　g．$\dfrac{3}{k}$　　h．$\dfrac{4}{k}$

図2のように，z 軸の正の向きに，磁束密度の大きさが B_0 で，一様かつ時間的に変化しない（定常な）磁場をかける。この磁場中に，z 軸と垂直に半径 L の円形導線と，長さ L の導体棒を置く。導体棒の一方の端は常に円形導線の中心Oにあり，もう一方の端は円形導線に接して滑らかに回転することができる。導体棒の点Oの側と円形導線の点Pを抵抗 R でつなぎ，点Oの側を接地した。導体棒を，点Oを通り磁場と平行な回転軸のまわりに一定の角速度 ω で回転させ続けると，抵抗 R には電流が流れた。導体棒の回転は，z 軸正の方から見て反時計まわりとする。なお，ここでは角速度 ω が十分小さいため遠心力は無視できる。

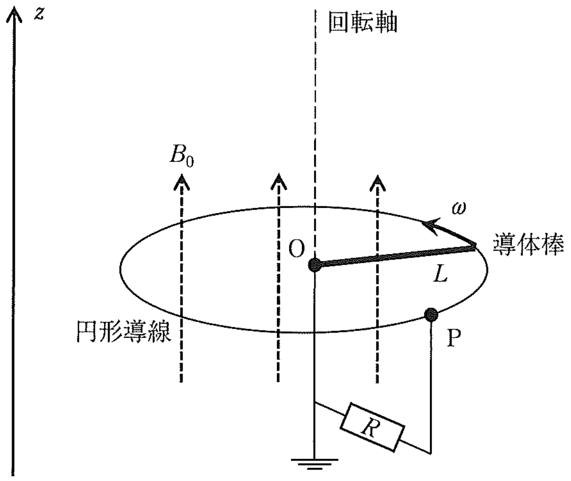


図2

問3　導体棒中で，中心Oから距離 r の位置にある電子を考えよう。電子のもつ電荷を $-e$，質量を m とする。電子には磁場によるローレンツ力がはたらく。このとき，棒の両端の間で生じる起電力の大きさ V を，1Cの電荷を中心Oから導体棒のもう一方の端まで運ぶ仕事から求めることができ，$V=$ $\boxed{(7)}$ となる。たとえば，磁束密度 $B_0 = 1.0\,\mathrm{T}$，$m = 9.1\times10^{-31}\,\mathrm{kg}$，角速度 $\omega = 1.0\times10^{2}\,\mathrm{rad/s}$，$L = 0.10\,\mathrm{m}$ とすると，P点における電位は接地した部分を基準として $\boxed{(8)}$ Vとなる。導体棒を角速度 ω で1回転させるのに必要なエネルギーは，その時間に抵抗 R で発生するジュール熱と等しく，$\boxed{(9)}$ と表される。

(7)の解答群

a．$L^2\omega B_0$　　b．$\dfrac{1}{4}L^2\omega B_0$　　c．$\dfrac{1}{2}L^2\omega B_0$　　d．$L\omega B_0$

e．$\dfrac{1}{2}L\omega B_0$　　f．$\dfrac{1}{4}L\omega B_0$　　g．$2L\omega B_0$　　h．$2L^2\omega B_0$

(8)の解答群

a．0.25　　b．-0.25　　c．1.0　　d．-1.0

e．2.0　　f．-2.0　　g．0.5　　h．-0.5

(9)の解答群

a．$\dfrac{\omega B_0}{R}$　　b．$\dfrac{\omega B_0}{4R}$　　c．$\dfrac{{B_0}^2L^4}{R}$　　d．$\dfrac{{B_0}^2L^4}{4R}$

e．$\dfrac{\pi\omega {B_0}^2L^4}{2R}$　　f．$\dfrac{\pi\omega {B_0}^2L^2}{2R}$　　g．$\dfrac{\pi {B_0}^2L^4}{2R}$　　h．$\dfrac{\omega {B_0}^2L^4}{R}$

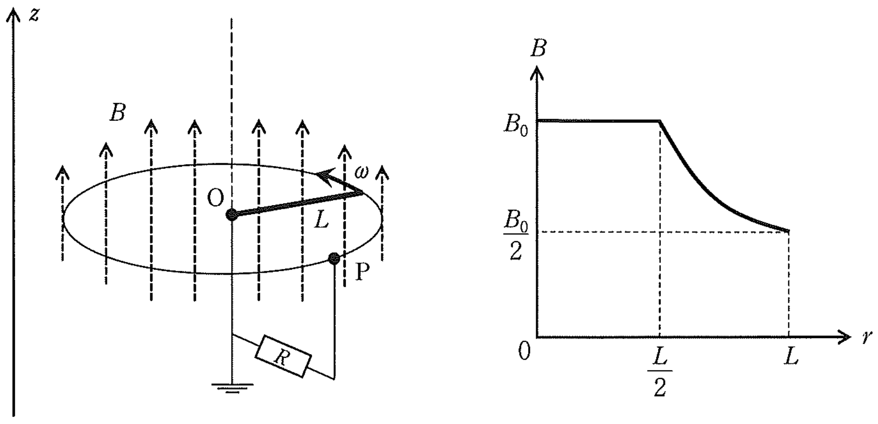


図 3

問 4　**図 2** と同じ円形導線と導体棒を用意し，導体棒を一定の角速度 ω で回転させ続ける。ここで，**図 3** のように，z 軸の正の向きにかけられた磁場の磁束密度の大きさが，定常であるが中心 O からの距離 r に対して

$$\begin{cases} B = B_0 & \left(0 \leqq r < \dfrac{L}{2}\right) \\ = B_0 \dfrac{L}{2r} & \left(\dfrac{L}{2} \leqq r \leqq L\right) \end{cases}$$

と変化する場合を考える。**問 3** と同様に，導体棒の両端間に生じる起電力の大きさ V は，1 C の電荷を中心 O から導体棒のもう一方の端まで運ぶ仕事から求めることができ，$V = \boxed{(10)}$ となる。これは，回路を貫く磁束の変化によるものと考えることもできる。つまり，微小な時間 Δt に導体棒が横切る領域内の磁束の大きさは，$\Delta\Phi = \boxed{(11)}$ となる。このうち，中心 O から導体棒の中心（$r = \dfrac{L}{2}$）までで生じる磁束の変化の大きさ $\Delta\Phi_1$ は $\boxed{(12)}$ で表される。導体棒の中心（$r = \dfrac{L}{2}$）から導体棒の端（$r = L$）で生じる磁束の変化の大きさ $\Delta\Phi_2$ は両者の差分であり，$\boxed{(13)}$ と表される。これは，**図 3** において，導体棒の中心（$r = \dfrac{L}{2}$）から端（$r = L$）までが，Δt に横切る領域内の磁束の大きさに相当する。

(10)の解答群

a．$L^2\omega B_0$　　b．$\dfrac{3}{4}L^2\omega B_0$　　c．$\dfrac{3}{8}L^2\omega B_0$　　d．$L\omega B_0$

e．$\dfrac{1}{2}L\omega B_0$　　f．$\dfrac{3}{8}L\omega B_0$　　g．$\dfrac{3}{4}L\omega B_0$　　h．$2L^2\omega B_0$

(11)，(12)，(13)の解答群

a．$\dfrac{1}{4}L^2\omega B_0\Delta t$　　b．$\dfrac{1}{2}L\omega^2 B_0\Delta t$　　c．$\dfrac{3}{8}L^2\omega B_0\Delta t$　　d．$\dfrac{3}{4}L^2\omega B_0\Delta t$

e．$\dfrac{1}{8}L^2\omega B_0\Delta t$　　f．$\dfrac{5}{8}L^2\omega B_0\Delta t$　　g．$\dfrac{1}{2}L^2\omega B_0\Delta t$　　h．$L^2\omega B_0\Delta t$

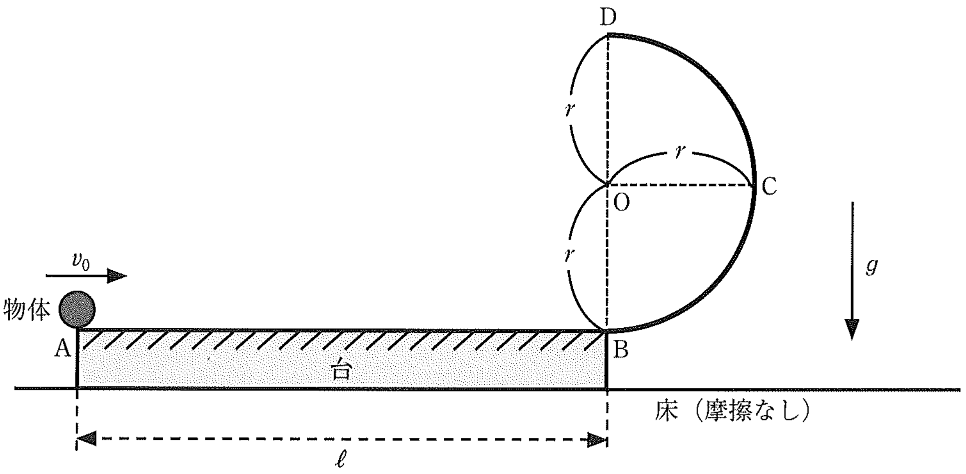
i．$L\omega^2 B_0\Delta t$　　j．$\dfrac{1}{4}L\omega^2 B_0\Delta t$　　k．$\dfrac{1}{8}L\omega^2 B_0\Delta t$　　l．$\dfrac{3}{8}L\omega^2 B_0\Delta t$

m．$\dfrac{3}{4}L\omega^2 B_0\Delta t$　　n．$\dfrac{5}{8}L\omega^2 B_0\Delta t$

物理（記述解答問題）

〔Ⅱ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

図のように，水平で滑らかな十分広い床の上に台が静止している。台の左端の点Aと右端の点Bの間の距離は ℓ である。点Bには半径 r の半円型のレールが接続されており，点Bでのレールの接線方向は水平方向である。円の中心Oは点Bから鉛直上向きに高さ r の位置にある。点Oから水平右向きに r 離れたレールの最右端の点をC，点Oから鉛直上向きに r 離れたレールの最上端の点をDとする。台は床の上を，摩擦を受けることなく水平方向に運動するものとする。このレールを含めた台の質量を $5m$ とし，レール部分の質量は無視できるとする。台の上面の左端の点Aに質量 m で大きさの無視できる物体を置き，右向きを正の向きとして床に対する初速度 v_0（>0）を物体に与えたところ，物体と台は運動を始めた。物体が長さ ℓ の台の水平部分を運動するとき，物体と台の間には一定の大きさの動摩擦力がはたらく。物体が半円型のレール上を運動するときは，物体とレールの間の摩擦力は無視できるものとする。物体および台には空気抵抗力ははたらかず，重力加速度の大きさを g とする。以下の設問で，物体または台の水平方向の加速度，速度，変位について問われているときには，他の指示がない限り，床を基準としたそれらの量を右向きを正として答えよ。答えに数値が含まれる場合には，2.4のような小数ではなく，$\frac{12}{5}$ のような約分した分数で答えよ。なお，台は一様な密度を持ち，台の鉛直方向の厚みは ℓ と比べて十分小さい。また，物体がレール上を運動中に，台が床から浮かび上がることはなかった。



図

物体は点Aから動き出した後，台の上面を運動して点Bに達した。物体が点Bを通過した瞬間の，物体の床に対する速度は $\frac{v_0}{2}$ であった。

問1 物体が台の上面を点Aから点Bまで運動する際の物体の床に対する加速度を a としたとき，台の加速度を a を用いて表せ。さらに，台の加速度の向きを答えよ。

問2 物体が台上の点Bを通過する瞬間の台の速度を，v_0 を用いて表せ。

問3 物体が台の水平面上を運動するときに，物体と台の間にはたらく摩擦力の動摩擦係数を，v_0，ℓ，g を用いて答えよ。

問4 物体が点Aから点Bまで移動する間の台の変位を，ℓ を用いて表せ。

問 5　物体が点 B を通過した直後に物体が台から受ける垂直抗力の大きさを，m，g，v_0，r を用いて表せ。この瞬間の物体の床に対する速度は $\dfrac{v_0}{2}$ であり，物体は台に対して相対的に円運動を開始しているとする。

その後，物体は台に取り付けられた摩擦のないレール面に沿って運動し，点 C を鉛直上向きの速度成分を持ちながら通過した。

問 6　物体が点 C を通過する瞬間の台の速度を，v_0 を用いて答えよ。

問 7　物体が点 C を通過する瞬間に物体がレール面から受ける垂直抗力の大きさを，m，g，v_0，r を用いて表せ。

物体はその後，レール面から離れることなく点 D まで運動し，点 D に達した瞬間にレール面から受ける垂直抗力の大きさが 0 となった。

問 8　物体が点 D から離れる瞬間の，台に対する物体の相対速度（右向きを正とする）を，g と r を用いて表せ。

問 9　v_0 を，g と r を用いて表せ。

問10　物体は点 D から離れた後は放物運動を行い，しばらくして台上の点 A から水平右向きに距離 $\dfrac{9}{10}\ell$ 離れた点に落下した。このことから，最初に物体が台の水平面上を点 A から点 B まで移動していたときに物体と台の間にはたらく摩擦力の動摩擦係数を，数値のみで表せ。

物理（記述解答問題）

〔Ⅲ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

図 1 のような断熱材でできたシリンダー容器に 1 mol の理想気体が入っており，壁（断熱壁）でふさがれている。この気体分子 1 個の質量を m とする。壁の断面積を S とし，壁の位置（シリンダー容器の内側の長さ）は L で固定されている。アボガドロ定数を N，気体定数を R とする。以下の問に答えよ。

問 1 単原子分子からなる理想気体を考える。まず，気体分子 1 個の運動に着目しよう。分子どうしの衝突は考えず，分子とシリンダー容器および壁との衝突は弾性衝突であるものとする。**図 1** のように壁に垂直な方向に x 軸の正の向きを設定し，着目している分子が壁に弾性衝突する直前，分子の速度の x 成分が u_x（>0）であったとする。この気体分子が壁に 1 回弾性衝突することによる運動量変化の大きさを m，u_x のみを用いて表せ。さらに，この気体分子が繰り返し壁に弾性衝突することで単位時間にこの気体分子が壁に与える力積の大きさを m，u_x，L のみを用いて表せ。

シリンダー容器内の各気体分子の速度にはばらつきがあり，速度の向きは特定の方向にかたよることなく等方的であると考えよう。この場合，各分子の $u_x{}^2$ を全ての分子についての平均値 $\overline{u_x{}^2}$ に置き換えることができる。y 成分，z 成分も同様に平均値 $\overline{u_y{}^2}$，$\overline{u_z{}^2}$ に置き換えることができ，以下では，$v^2 = \overline{u_x{}^2} + \overline{u_y{}^2} + \overline{u_z{}^2}$ で与えられる v を気体分子の平均の速さと呼ぶことにする。

問 2 理想気体の圧力は気体分子が壁に与える力積の平均に比例すると考えられる。単原子分子理想気体の圧力を L，m，v，S，N のみを用いて表せ。また，理想気体の温度を m，v，R，N のみを用いて表せ。

問 3 理想気体の内部エネルギーは気体分子の力学的エネルギーの平均に比例すると考えられる。単原子分子理想気体の内部エネルギーを m，v，N のみを用いて表せ。また，定積モル比熱を R のみを用いて表せ。

問 4 理想気体分子が多原子分子の場合，分子の重心の並進運動に加えて，分子の回転運動によるエネルギーが存在するために，単原子分子の場合とは異なる力学的エネルギーを持つ。いま，1 個あたりの気体分子が持つ回転運動の平均エネルギーが温度に比例するとして，その比例係数が $\dfrac{R}{N}$ であったとしよう。この気体分子の定積モル比熱を R のみを用いて表せ。なお，重心の並進運動の平均エネルギーは単原子分子の場合と同様とする。

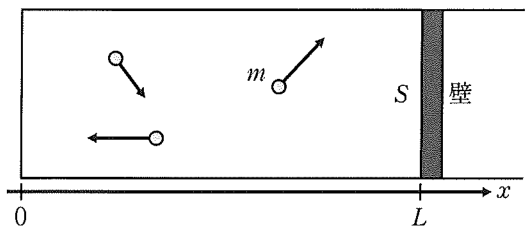


図 1

問 5　図 2 のように断熱材でできた長さ L のシリンダー容器を 2 つ用意した。左側の容器には質量 m で平均の速さ v の単原子分子理想気体が，右側の容器には質量 m で平均の速さ V の**問 4** で考えた多原子分子理想気体が，それぞれ 1 mol ずつ入っているとする。いま，この 2 つのシリンダー容器を仕切りで隔てて連結した。仕切りの断面積は S とする。この仕切りは固定されており，気体分子は通らないが，仕切りを通して左右の理想気体の間で熱によるエネルギーのやりとりが可能であるとする。充分時間がたつと，2 つの容器内の温度が等しくなった。内部エネルギーの変化に着目して，この等しくなったときの温度を m，v，V，N，R のみを用いて表せ。なお，仕切りの熱容量は無視できるものとする。

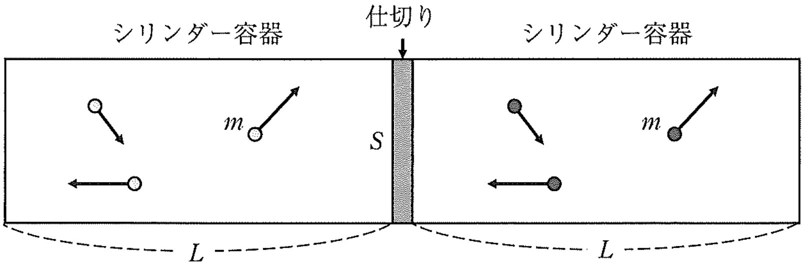


図 2

次に，**図3**のように**問1**で考えた壁が固定されておらず可動な場合を考える。シリンダー容器には質量 m で平均の速さ v の単原子分子理想気体が1 mol 入っているとする。また，シリンダー容器内の温度を熱により制御できる熱交換器が追加されている。以下では，y と c が実数で，$|y| \ll 1$ の時に成り立つ近似式 $(1+y)^c \fallingdotseq 1+cy$ を用いて答えよ。

問6　熱交換器による温度制御は行わず，壁の位置を L から $L+d$ へ一定の速度 w（>0）で移動させた。ただし，$d \ll L$ とする。まず，**問1**と同様，気体分子1個の運動に着目しよう。分子どうしの衝突は考えず，分子とシリンダー容器および壁との衝突は弾性衝突であるとする。着目している分子が壁に弾性衝突する直前，分子の速度の x 成分が u_x（>0）であったとする。いま $u_x \gg w$ であるとして，この気体分子が壁に1回弾性衝突することによる運動エネルギーの変化を m，u_x，w のみを用いて w の1次式で近似して答えよ。さらに，壁の位置が L から $L+d$ へ移動したときの気体分子1個あたりの運動エネルギー変化を m，u_x，d，L のみを用いて d の1次式で近似して答えよ。なお，壁が移動している間に気体分子は壁に繰り返し弾性衝突をするものとし，その衝突回数を計算する際には，$d \ll L$ であるため，壁の位置は L と近似してよいものとする。

問2と同様に，シリンダー容器内の各気体分子の速度にはばらつきがあり，速度の向きは特定の方向にかたよることなく等方的であると考えよう。

問7　**問6**の結果を考慮して，壁の位置が L から $L+d$ へ移動したときの内部エネルギー変化を L，m，v，d，N のみを用いて d の1次式で近似して答えよ。なお，この変化は断熱変化に相当する。

問8　**問7**のように壁の位置を L から $L+d$ へ移動させた後に壁を固定して，熱交換器を通して熱を気体に加えて定積変化で気体の温度を**問6**で壁を移動させる前の温度にもどした。この定積変化において熱交換器を通して気体に加えられた熱量を L，m，v，d，N のみを用いて d の1次式で近似して答えよ。

問9　**問8**における定積変化前後の圧力差と**問6**の断熱変化前の圧力との比を，L，d のみを用いて d の1次式で近似して答えよ。

問10　**問8**における定積変化の後，等温変化になるように熱交換器による温度制御を行い，壁の位置を $L+d$ から L にもどしたところ，**問6**で壁を移動させる前の圧力にもどった。これら一連の状態変化（断熱変化→定積変化→等温変化）はサイクルとして捉えることができる。このサイクルの概形をサイクルの向きが分かるように矢印をつけて解答用紙のグラフに描け。なお，解答用紙のグラフには**問6**で断熱変化を行う前の状態が黒点（●）で示されているので，この黒点から始めてサイクルを描け。さらに，**問9**の結果を考慮して，このサイクルで気体がされた仕事を L，m，v，d，N のみを用いて d の2次式で表せ。

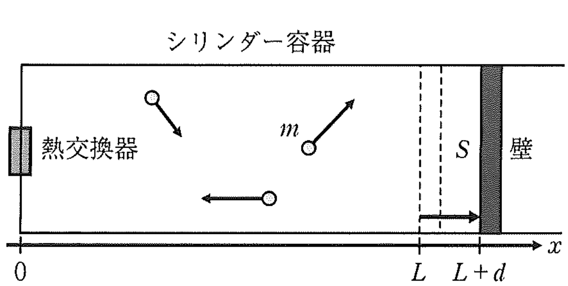


図3