〔 1 〕 (45 点)

図1のように，先端を壁に固定したばね定数 k_1，k_2 のばね1，2に，質量 m_1，m_2 の小球1，2がそれぞれ取り付けられ，なめらかな水平面上に置かれている。ばね1，2ともに自然の長さで，小球1，2が接した状態で静止している。小球1，2は2つのばねの固定端を結ぶ直線上に置かれ，この直線に沿ってのみ運動できる。小球の大きさ，ばねの質量，空気抵抗は無視できるものとする。小球の変位，速度，加速度はそれぞれ右向きを正として，以下の問いに答えよ。

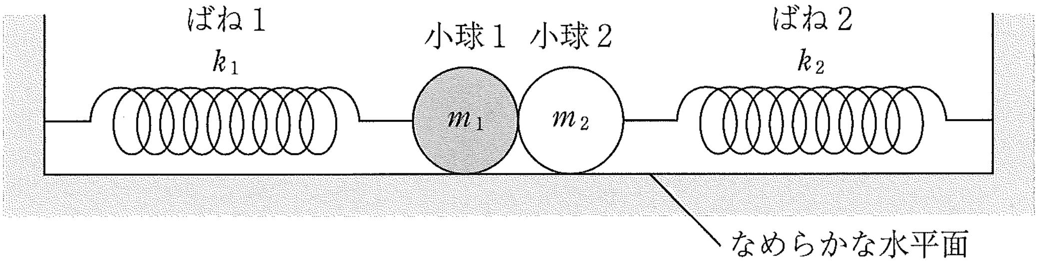

図1

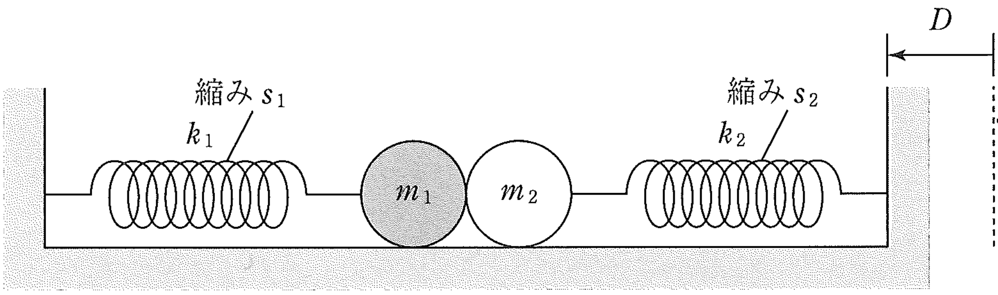

図2

問 1. 図1の状態から，図2のように右側の壁を左に距離 D だけゆっくり移動させたところ，ばね1は s_1，ばね2は s_2 だけ縮み，小球1，2が静止した。その後，壁を固定した。

(1) 小球1が小球2を押す力の大きさを s_1 を使って表せ。

(2) s_1 および s_2 の大きさを求めよ。

問 2. 次に，図2の状態から小球1を手でゆっくりと左に移動させる。小球2も小球1と接した状態で左に移動し，さらに小球1を左に移動させるとやがて小球2は小球1とはなれて停止した。図3のように小球間の距離が d になった状態で静かに手をはなしたところ，小球1は動き出し，小球2に衝突した。このとき，衝突時間はきわめて短く，運動量保存則が成り立つものとする。以下の問いに答えよ。

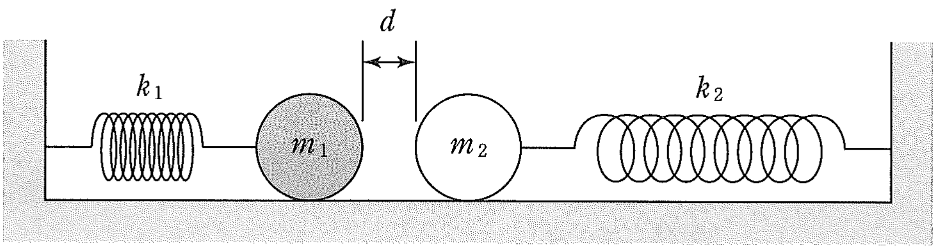

図3

(1) 手をはなす直前のばね1の縮みを D および d を用いて表せ。

(2) 小球2に衝突する直前の小球1の速度 V_0 を求めよ。

(3) V_0 および衝突直後の小球1と小球2の速度 V_1，V_2 を用いて，衝突前後での運動量保存則を表す式を書け。

(4)　小球１，２の間の反発係数 $e(e>0)$ を V_0，V_1 および V_2 を用いて表せ。

(5)　V_1 および V_2 をそれぞれ V_0 を用いて表せ。

(6)　図４のように，衝突後，小球２は小球１とはなれて右側へ運動し始めた。小球２は，小球１と再び衝突する前に，衝突点からの変位 x_2 が最大となる位置に達した。この最大変位を V_2 を用いて表せ。

(7)　衝突から**問２**(6)の最大変位に達するまでの時間を求めよ。

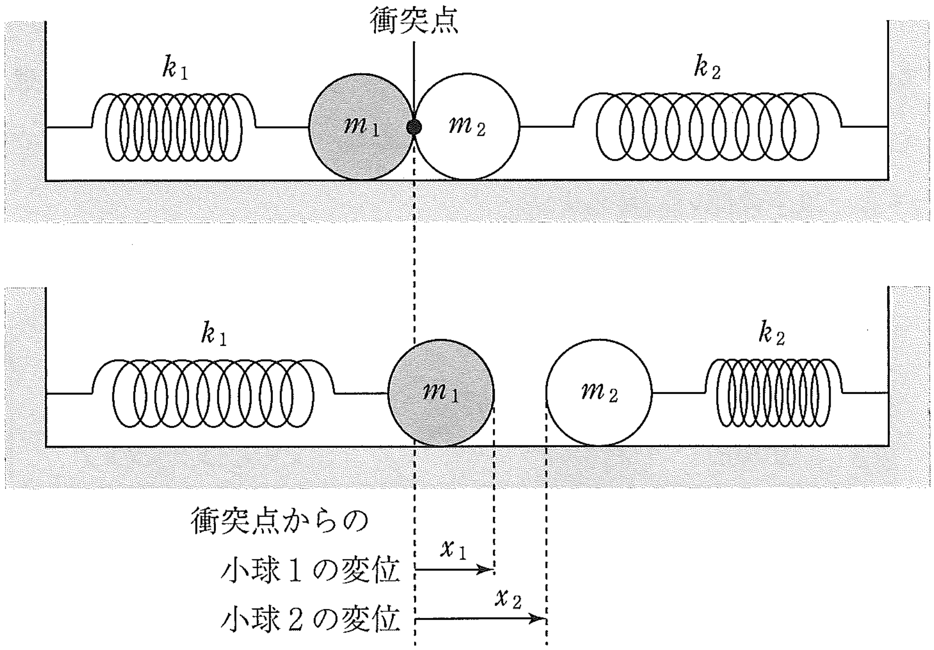

図４

(8) $d = 2D$, $m_1 = m_2 = m_0$, $k_1 = 4k_0$, $k_2 = k_0$, $e = 1$とする。このとき，小球１，２の衝突点からの変位x_1およびx_2の時間変化を，x_1は実線で，x_2は破線で図示せよ。ただし，方眼紙の縦軸は変位x_1，x_2を，横軸は衝突からの時間tを表す。$T_0 = \pi\sqrt{\dfrac{m_0}{k_0}}$として，$0 \leqq t \leqq T_0$の範囲で示せ。

〔**2**〕 (40点)

問 1. 図1のように，起電力Vの電池，抵抗値Rの抵抗，平行板コンデンサー，およびスイッチが，直列につながれている回路を考える。平行板コンデンサーは，面積Sの同じ形の非常に薄い極板①，②を，間隔dで向かい合わせて作られている。極板間は真空で，誘電率はε_0とする。最初，スイッチは開いており，コンデンサーの電気量は0である。極板の端での電場の歪み，電池内部と導線の抵抗，および回路の自己誘導は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

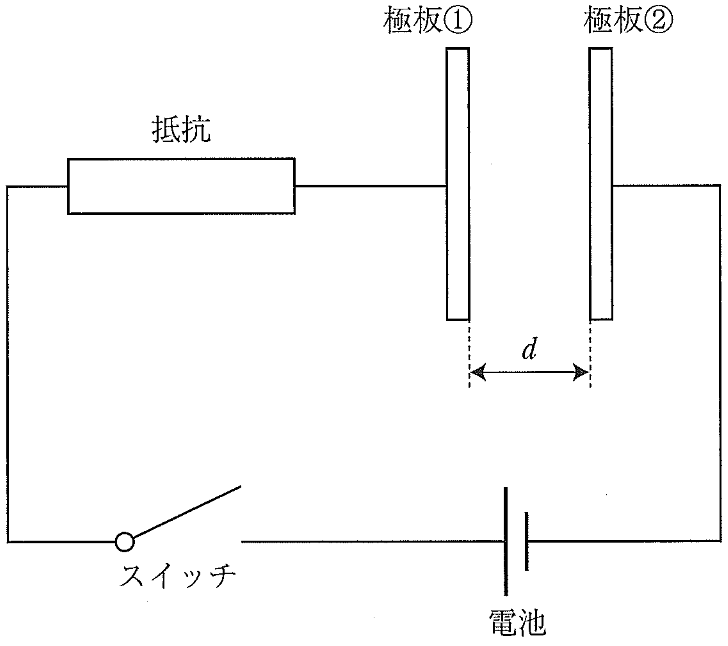

図1

(1) スイッチを時刻$t = 0$で閉じた直後に，抵抗の両端にかかる電圧を求めよ。

(2) 時刻$t = 0$から十分に時間が経過した後，極板①に蓄えられている電気量Q，およびコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーUを求めよ。

(3) 時刻 $t = 0$ から十分に時間が経過するまでに，電池のした仕事 W を求めよ。解答には，**問 1** (2)の電気量 Q を用いてよい。

(4) **問 1** (2)，(3)より，コンデンサーに蓄えられた静電エネルギー U は電池のした仕事 W よりも小さな値であることがわかる。この理由を，W と U の差は，回路のどの場所で，どのようなエネルギーとして主に消費されたかがわかるように，25 字以内で説明せよ。(解答欄：25 マス)

(5) スイッチを閉じた後($t > 0$)に抵抗に流れる電流 I の時間変化を，時刻 $t = 0$ から十分に時間が経ったときの様子がわかるように図示せよ。

問 2. 真空中に置かれた図2の装置における，質量 M，電荷 $q(q>0)$ をもつ荷電粒子Pの xy 平面内での運動を考える。図1の平行板コンデンサーの極板①，②を，x 軸に垂直になるように $x=-2d$，$-d$ にそれぞれ配置し，起電力 V の電池につなぐ。$x=0$ には，厚みの無視できる無限に広がったスクリーン状検出器が，x 軸と垂直に置かれている。極板②およびスクリーン状検出器には，x 軸に沿って荷電粒子Pが通過できる小孔が開いている。領域 $x>0$（図2の灰色の部分）には，磁束密度の大きさ B の一様な磁場が，紙面と垂直にかけられている。

初速度0で座標 $(x,\ y)=\left(-\dfrac{3}{2}d,\ 0\right)$ の点Aに置かれた荷電粒子Pは，x 軸に沿って直線運動し，極板②とスクリーン状検出器の小孔を通りぬけて，磁場中に入射した。その後，荷電粒子Pは，図2の破線のように等速円運動を行い，スクリーン状検出器で検出された。荷電粒子Pには，極板間では一様電場から受ける静電気力，領域 $x>0$ では一様磁場から受けるローレンツ力のみがはたらき，極板②とスクリーン状検出器の小孔の影響は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

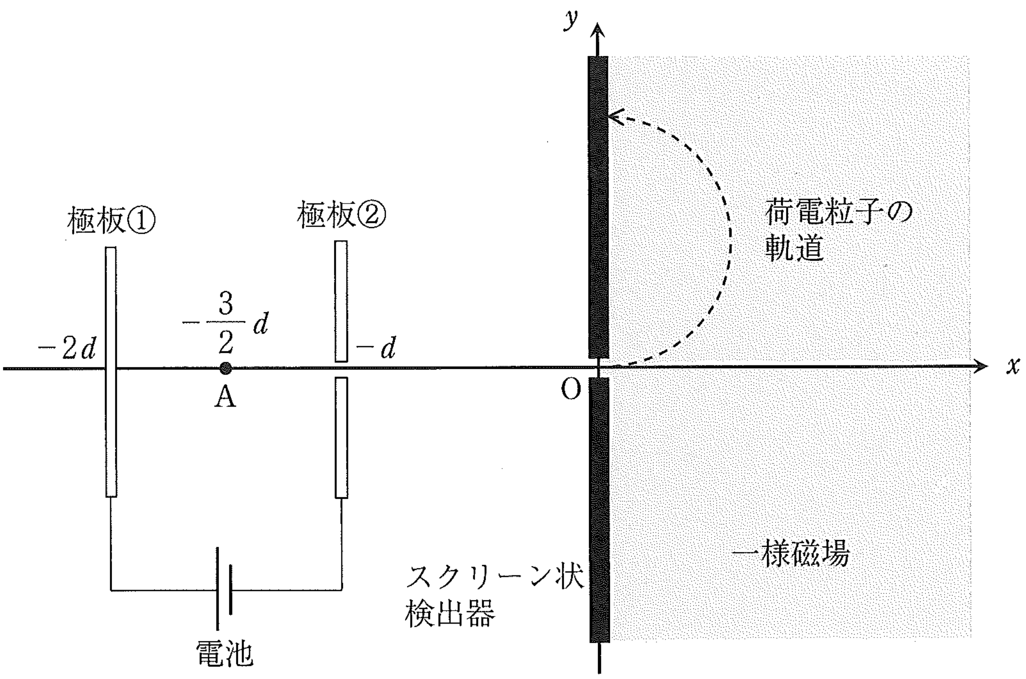

図2

(1) 荷電粒子Pが原点Oを通過するときの速さvを求めよ。

(2) 領域$x > 0$の一様磁場は，紙面の「表から裏」の向き，「裏から表」の向き，いずれの向きにかけられているか。解答欄の選択肢のいずれかに丸をつけよ。

(3) 領域$x > 0$において，荷電粒子Pが等速円運動を行う理由を30字程度で答えよ。（解答欄：40マス）

(4) 荷電粒子Pが検出される位置のy座標Yを求めよ。解答には，**問2**(1)の速さvを用いてよい。

(5) 以下の選択肢の中から，スクリーン状検出器上の$y = 2Y$となる位置で検出される荷電粒子をすべて選べ。ただし，選択肢にある荷電粒子はすべて，点Aに初速度0で置かれるものとする。

選択肢

(a) 質量$2M$，電荷q

(b) 質量$4M$，電荷q

(c) 質量M，　電荷$2q$

(d) 質量$2M$，電荷$2q$

(e) 質量$4M$，電荷$2q$

(f) 質量$8M$，電荷$2q$

(g) 質量$2M$，電荷$4q$

(h) 質量$4M$，電荷$4q$

〔 3 〕 (40 点)

1 mol の単原子分子理想気体の圧力 p と体積 V を，図 1 のように，A → B → C → D → A → … と繰り返し変化させる熱機関のサイクルを考える。気体は，過程 A → B では断熱圧縮され，過程 B → C では一定の圧力 p_B を保ちながら膨張し，過程 C → D では断熱膨張し，過程 D → A では一定の圧力 p_A($p_A < p_B$)を保ちながら圧縮される。状態 A と C の気体の体積は等しい。

ここで，状態 A，B，C，D の温度を，それぞれ T_A，T_B，T_C，T_D とし，p_B と p_A の比を $G = \dfrac{p_B}{p_A}$ と定義する。気体定数を R とすると，この気体の定積モル比熱は $\dfrac{3}{2}R$，定圧モル比熱は $\dfrac{5}{2}R$ である。断熱変化では，圧力 p と温度 T の間に，$Tp^{-\frac{2}{5}} =$ 一定 の関係が成り立つものとして，以下の問いに答えよ。

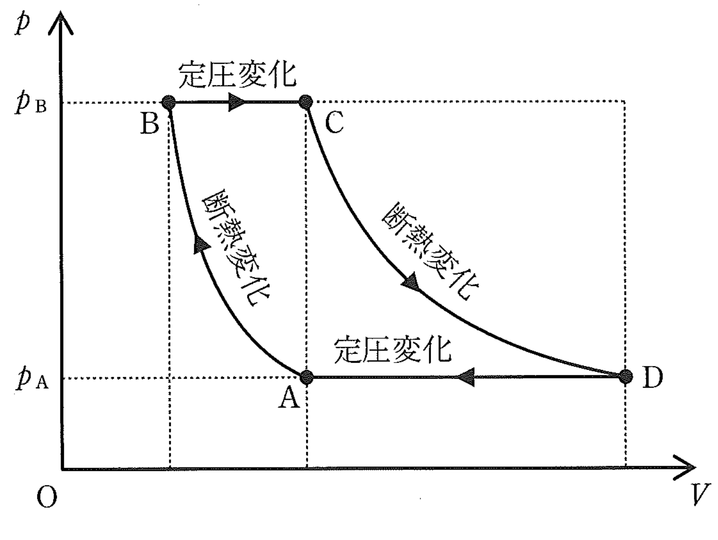

図 1

(1) T_B，T_C，T_D と T_A の比 $\dfrac{T_B}{T_A}$，$\dfrac{T_C}{T_A}$，$\dfrac{T_D}{T_A}$ を，G を用いて表せ。

(2) 過程 B → C において，気体が外部から吸収した熱量 Q_{BC}($Q_{BC} > 0$)と RT_A の比 $\dfrac{Q_{BC}}{RT_A}$ を，G を用いて表せ。

(3)　過程 C → D において，気体が外部にした仕事 W_{CD} ($W_{CD} > 0$) と RT_A の比 $\dfrac{W_{CD}}{RT_A}$ を，G を用いて表せ。

(4)　過程 D → A において，気体が外部に放出した熱量 Q_{DA} ($Q_{DA} > 0$) と RT_A の比 $\dfrac{Q_{DA}}{RT_A}$ を，G を用いて表せ。

(5)　図 1 に示した気体の状態変化を，気体の温度 T と体積 V の関係で表すとき，A → B，B → C，C → D，D → A の各過程を，解答紙に図示せよ。なお，各過程の変化が，直線の場合は破線で，曲線の場合は実線で結び，上下どちらに凸であるかを，はっきりとわかるように描け。

(6)　本サイクルの熱効率に関する以下の文章中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に適切な式を，$\boxed{\text{a}}$ ，$\boxed{\text{b}}$ に適切な数値を記入せよ。

1 サイクルの間に気体が外部から吸収した熱量のうち，外部にした仕事に変換された割合を熱効率という。したがって，本サイクルの熱効率 e_1 は，Q_{BC} と Q_{DA} を用いて

$$e_1 = 1 - \boxed{\text{ア}}$$

で与えられるが，T_A，T_B，T_C，T_D を用いれば

$$e_1 = 1 - \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

と表される。さらに，e_1 を G を用いて表すと

$$e_1 = 1 - G^{\boxed{\text{a}}}$$

となり，圧力の比のみに依存することがわかる。

次に，本サイクルで気体が外部に放出した熱を利用して，熱効率を改善する新たなサイクルを考える。図2のように，状態Dから圧力を保ちながら状態D′へ変化させる間に気体が外部に放出した熱 Q_R を用いて状態Bの気体を加熱し，圧力を保ちながら状態B′へ変化させた。このとき，過程B→B′→Cにおいて，気体が外部から吸収した熱量は $Q_{BC} - Q_R$ と減少し，状態D′とB′の温度は，ともに $\frac{1}{2}(T_D + T_B)$ と等しくなった。

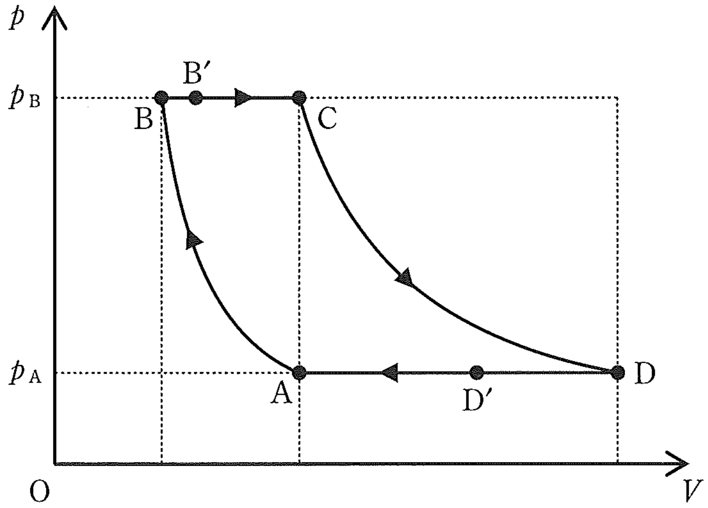

図2

したがって，新たなサイクルの熱効率 e_2 は，T_A，T_B，T_C，T_D を用いて

$$e_2 = 1 - \frac{\boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}} + T_C - T_D}$$

で与えられる。熱効率の差は

$$e_2 - e_1 = \frac{T_C - T_D}{\boxed{\text{ウ}} + T_C - T_D}\left(G^{\boxed{\text{a}}} - \frac{\boxed{\text{エ}}}{T_C - T_D}\right)$$

となるが，ここで，$\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{T_C - T_D}$ を G を用いて表すと

$$\frac{\boxed{\text{エ}}}{T_C - T_D} = G^{\boxed{\text{b}}}$$

である。

すなわち，$G^{\boxed{\text{b}}} < G^{\boxed{\text{a}}}$ であるから，熱効率の差 $e_2 - e_1$ は正となり，熱効率が改善できたことがわかる。