冊子名	理科
科目名	物理
16　ページ	第　2　問

問題訂正

（誤）大問 III (2) 1 行目

、、、答えよ。また，I_0 を T を用いて表せ。

（正）　　　　　　　　T, V, L

（誤）大問 III (4) 2 行目

、、、であった。E_1, E_2 をそれぞれ C_0 を用いて表せ。

（正）　　　　　　　　C_0, V

物　　理

第1問　図1―1に示すようなブランコの運動について考えてみよう。ブランコの支点をOとする。ブランコに乗っている人を質量mの質点とみなし，質点Pと呼ぶことにする。支点Oから水平な地面におろした垂線の足をGとする。ブランコの長さOPをℓ，支点Oの高さOGを$\ell + h$とする。ブランコの振れ角∠GOPをθとし，θはOGを基準に反時計回りを正にとる。重力加速度の大きさをgとする。また，ブランコは紙面内のみでたわむことなく運動するものとし，ブランコの質量や摩擦，空気抵抗は無視する。

I　以下の文章の$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ウ}}$にあてはまる式を，それぞれ直後の括弧内の文字を用いて表せ。

質点Pが$\theta = \theta_0$から静かに運動を開始したとする。支点Oにおける位置エネルギーを0とすると，運動を開始した時点における質点Pの力学的エネルギーは$\boxed{\text{ア}}$（ℓ，θ_0，m，g）で与えられる。角度θにおける力学的エネルギーは，そのときの質点Pの速さをuとして$\boxed{\text{イ}}$（u，ℓ，θ，m，g）で与えられる。力学的エネルギー保存則から，$u =$ $\boxed{\text{ウ}}$（ℓ，θ_0，θ，g）となる。

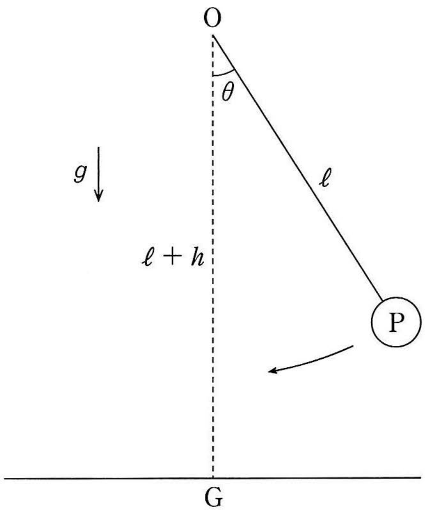


図1—1

Ⅱ　ブランコに二人が乗った場合を考えよう。質量 m_{A} の質点 A と，質量 m_{B} の質点 B を考える。図 1 ― 2 に示すように，初期状態では A と B が合わさって質点 P をなしているとし，質点 P が $\theta = \theta_0$ から静かに運動を始めたとする。$\theta = 0$ において A はブランコを飛び降り，速さ v_{A} で水平に運動を始めた。一方，A が飛び降りたことにより，B を乗せたブランコは $\theta = 0$ でそのまま静止した。その後 A は G′ に着地した。

(1)　A が飛び降りる直前の質点 P の速さを v_0 として，v_{A} を v_0，m_{A}，m_{B} を用いて表せ。

(2)　距離 GG′ を ℓ，h，θ_0，m_{A}，m_{B} を用いて表せ。また，$\ell = 2.0\ \mathrm{m}$，$h = 0.30\ \mathrm{m}$，$\cos\theta_0 = 0.85$，$m_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{B}}$ のとき，距離 GG′ を有効数字 2 桁で求めよ。

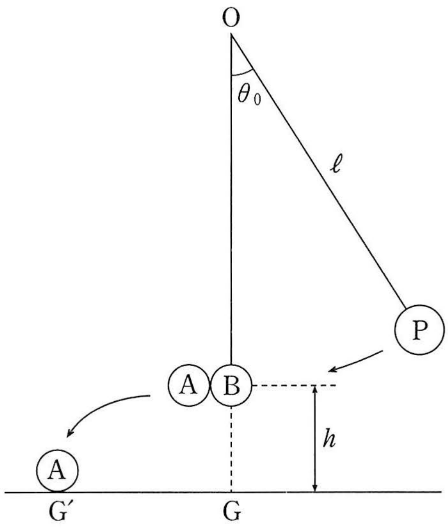


図1—2

Ⅲ　ブランコをこぐことを考えよう。ブランコに乗った人が運動の途中で立ち上がったりしゃがみこんだりすることで，ブランコの振れ幅が変化していく。

まず図1—3に示すように，人がブランコで一度だけ立ち上がることを以下のように考える。質量mの質点Pが$\theta = \theta_0 (\theta_0 > 0)$から静かに運動を始めた。次に角度$\theta = \theta'$において人が立ち上がったことにより，OPの長さが$\ell$から$\ell - \Delta\ell$へと瞬時に変化したとする$(\Delta\ell > 0)$。OPの長さが変化する直前のPの速さを$v$とし，直後の速さを$v'$とする。その後，OPの長さが$\ell - \Delta\ell$のままPは運動を続け，角度$\theta = -\theta'' (\theta'' > 0)$で静止した。ただし以下では，ブランコの振れ角$\theta$は常に十分小さいとして，$\cos\theta \fallingdotseq 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$と近似できることを用いよ。

(1)　$(\theta'')^2$をv'，ℓ，$\Delta\ell$，θ'，gを用いて表せ。

OPの長さが変化する前後に関して以下のように考えることができる。長さOPの変化が十分速ければ，瞬間的にOP方向の強い力が働いたと考えられる。Oを中心とした座標系で考えると，この力は中心力なので，面積速度が長さOPの変化の前後で一定であるとしてよい。つまり，$\dfrac{1}{2}(\ell - \Delta\ell)v' = \dfrac{1}{2}\ell v$が成り立つ。

(2)　$(\theta'')^2$をℓ，$\Delta\ell$，θ_0，θ'を用いて表せ。

(3)　θ''を最大にするθ'と，その時のθ''をℓ，$\Delta\ell$，θ_0を用いて表せ。

次に，人が何度も立ち上がったりしゃがみこんだりしてブランコをこぐことを，以下のようなサイクルとして考えてみよう。n回目のサイクル$C_n (n \geqq 1)$を次のように定義する。

「$\theta = \theta_{n-1}$で静止した質点PがOPの長さℓで静かに運動を開始する。$\theta = 0$において立ち上がりOPの長さがℓから$\ell - \Delta\ell$へと瞬時に変化する。質点PはOPの長さ$\ell - \Delta\ell$のまま角度$\theta = -\theta_n$で静止した後，逆向きに運動を始め，角度$\theta = \theta_n$で再び静止する。このとき，$\theta = \theta_n$でしゃがみこみ，OPの長さは$\ell - \Delta\ell$から再びℓへと瞬時に変化する。」

1回目のサイクルを始める前，質点Pは$\theta = \theta_0 (\theta_0 > 0)$にあり，OPの長さは$\ell$だった。その後，サイクル$C_1$を開始し，以下順次$C_2$，$C_3$，…と運動を続けていくものとする。

(4) n回目のサイクルの後のブランコの角度θ_nを，ℓ，$\Delta\ell$，θ_0，nを用いて表せ。

(5) $\dfrac{\Delta\ell}{\ell} = 0.1$のとき，$N$回目のサイクルの後に，初めて$\theta_N \geqq 2\theta_0$となった。$N$を求めよ。ただし$\log_{10} 0.9 \fallingdotseq -0.046$，および$\log_{10} 2 \fallingdotseq 0.30$であることを用いてもよい。

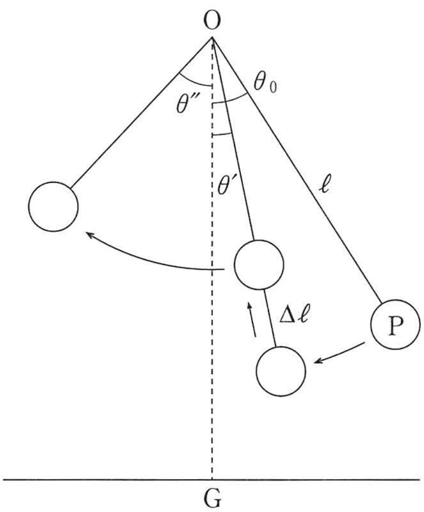


図1—3

第２問　面積Sの厚みの無視できる金属の板Aと板Bを空気中で距離dだけ離して平行に配置した。dは十分小さく，板の端の効果は無視する。図２―１のように，板，スイッチ，直流電源，コイルを導線でつないだ。直流電源の内部抵抗や導線の抵抗は無視できるほど小さい。空気の誘電率をεとする。

Ⅰ　図２―１のように，スイッチを１につなぎ，板Aと板Bの間に直流電圧$V(V > 0)$を加えたところ，板A，Bにそれぞれ電荷Q，$-Q$が蓄えられ，$Q = C_0V$の関係があることが分かった。

(1)　C_0をS，d，εを用いて表せ。

(2)　板A，Bと同じ形状をもつ面積Sの厚みの無視できる金属の板Cを図２―２のように板Aと板Bの間に互いに平行になるように差し入れた。板Aと板Cの距離は$x(x > \dfrac{d}{4})$である。さらに，板Aと板Cを太さの無視できる導線aで接続し，十分時間が経過したところ，板A，C，Bに蓄えられた電荷はそれぞれ一定となった。板A，C，Bからなるコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーを求めよ。

(3)　外力を加え，板Cをゆっくりと板Aに近づけて板Aと板Cの距離を$\dfrac{d}{4}$にした。導線aはやわらかく，板Cを動かすための力には影響がないとする。板Cに外力がした仕事Wを求めよ。また，Wは電源がした仕事W_0の何倍であるか正負の符号も含めて答えよ。

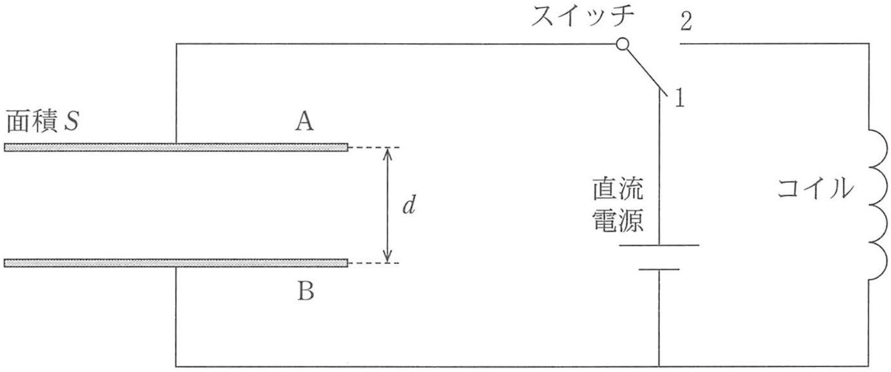


図2—1

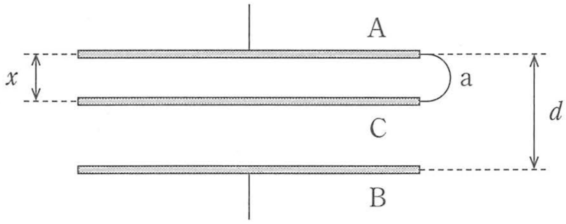


図2—2

Ⅱ　設問Ⅰ(3)の状態から，板A，B，Cと同じ形状をもつ面積Sの厚みの無視できる金属の板Dを，板Cと板Bの間に互いに平行になるように差し入れた。板Cと板Dの距離は$\dfrac{d}{4}$である。さらに，板Cと板Dを太さの無視できる導線bで接続した。十分時間が経過して各板に蓄えられた電荷がそれぞれ一定となった後に，図2―3のように導線aを外した。

(1)　板Aに蓄えられた電荷は$Q_1 = \boxed{\text{ア}}\, C_0 V$，板Bに蓄えられた電荷は$-Q_2 = -\boxed{\text{イ}}\, C_0 V$と表される。$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$に入る数を答えよ。

(2)　その後，直流電源の電圧をα倍$(\alpha > 0)$してαVとし，十分時間が経過したところ，各板に蓄えられた電荷はそれぞれ一定になった。板Aの板Cに対する電位V_1，板Dの板Bに対する電位V_2を求めよ。

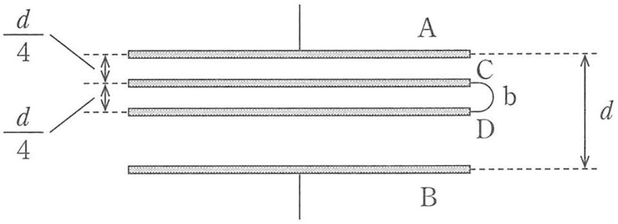


図2—3

Ⅲ　設問Ⅱ(2)の状態から，時刻 $t = 0$ で図２―４のようにスイッチを１から２につなぎかえたところ，コイルには $I_0 \sin\left(\dfrac{2\pi t}{T}\right)$ と表される電流 I が流れることが分かった。ただし，図中の矢印の向きを電流の正の向きにとる。コイルの抵抗は無視でき，自己インダクタンスは L である。他に説明がない場合は，直流電源の電圧は $2V$ とする。

(1)　T を L と C_0 を用いて表せ。

(2)　$t = 0$ でコイルの両端にかかる電圧を答えよ。また，I_0 を T を用いて表せ。ただし，微小時間 Δt の間の電流変化は $\Delta I = I_0 \Delta t\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)\cos\left(\dfrac{2\pi t}{T}\right)$ であることを用いてよい。

(3)　板A，Bの電荷をそれぞれ Q_3，$-Q_4$ とすると，$t = \dfrac{T}{4}$ のとき $Q_3 =$ $\boxed{\text{ウ}}$ Q_4 の関係が成り立つ。$\boxed{\text{ウ}}$ に入る数を答えよ。また，$Q_3 = 0$ となる時刻 t' を T を用いて表せ。ただし $t' < T$ とする。

(4)　板A，C，D，Bからなるコンデンサーに蓄えられる静電エネルギーが，$t = 0$ のときに E_1，$t = \dfrac{T}{4}$ のときに E_2 であった。E_1，E_2 をそれぞれ C_0 を用いて表せ。また，$\Delta E = E_2 - E_1$ として，ΔE を I_0 を含み，V および T を含まない形で表せ。

直流電源の電圧が $\alpha V\,(\alpha > 0)$ であった場合を考える。

(5)　ある α に対して，Q_3 と $-Q_4$ の変化の様子を表す最も適切な図を図２―５の①～⑥から選び，番号で答えよ。図中で点線は Q_3 を表し，実線は $-Q_4$ を表す。

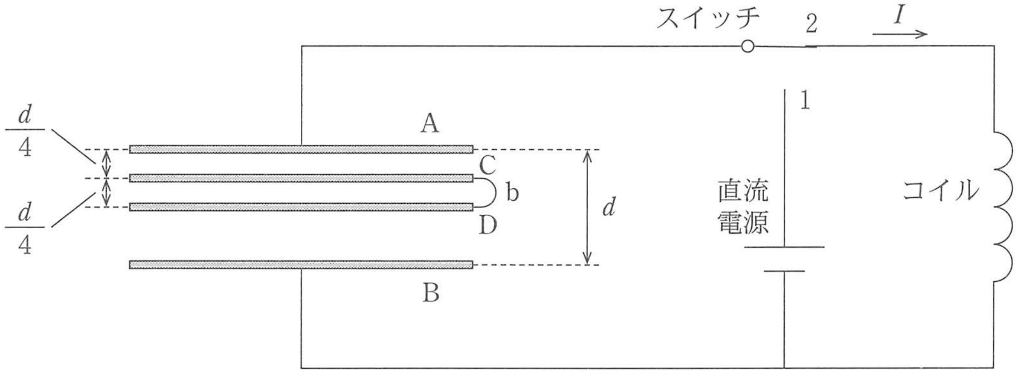


図2―4

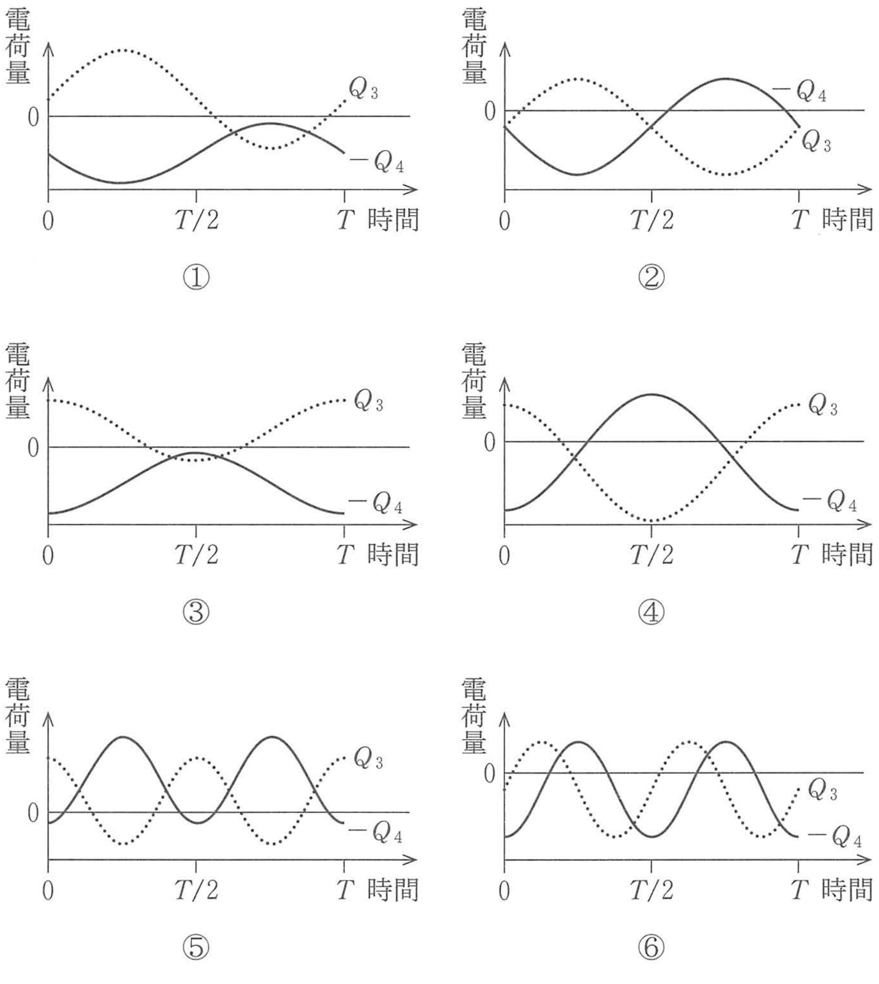


図2―5

第3問　2018年のノーベル物理学賞は，「レーザー物理学分野における画期的な発明」に対して授与され，そのうちの1つは光ピンセット技術に関するものであった。光ピンセットとは，レーザー光で微小な粒子等を捕捉する技術である。本問では，光が微粒子に及ぼす力を考察することで，光で微粒子が捕捉できることを確認してみよう。

以下，図3―1に例を示すように，真空中に屈折率$n(n > 1)$の球形の微粒子があり，そこを光線が通過する状況を考える。光は光子という粒子の集まりの流れであり，光子は運動量をもつので，光の屈折に伴い光子の運動量が変化して，それが微粒子に力を及ぼすと考えられる。そこで以下では，光子の運動量の変化の大きさは，その光子が微粒子に及ぼす力積の大きさに等しいとする。また，光の吸収や反射の影響は無視する。さらに，微粒子に対して光線は十分に細く，光線の太さは考えない。

I　図3―1に示すように，真空中の微粒子を光線が通過している。微粒子の中心Oは光線と同一平面内にある。微粒子は固定されており，動かない。図3―2に示すように，光線が微粒子に入射する点を点A，微粒子から射出する点を点Bとする。入射前の光線を延長した直線と，射出後の光線を延長した直線の交点を点Cとする。線分ABと線分OCの交点を点Dとする。以下の設問に答えよ。

(1)　光が微粒子に入射する際の入射角をθ，屈折角をϕとする。$\sin\theta$を，n，$\sin\phi$を用いて表せ。

(2)　光線中を同じ方向に流れる光子の集まりがもつ，エネルギーの総量Eと運動量の大きさの総量pの間には，真空中では$p = \dfrac{E}{c}$という関係が成り立つ。ここで，cは真空中の光の速さである。図3―1の光は，単位時間あたりQのエネルギーをもって，光源から射出されている。このとき，時間Δtの間に射出された光子の集まりが真空中でもつ運動量の大きさの総量pを，Q，Δt，c，nのうち必要なものを用いて表せ。

(3) 図3―1に示すように，微粒子に入射する前の光子と，微粒子から射出した光子は，運動量の大きさは変わらないが，向きは変化している。時間Δtの間に射出された光子の集まりが，微粒子を通過することにより受ける運動量の変化の大きさの総量Δpを，p，θ，ϕを用いて表せ。また，その向きを，点O，A，B，Cのうち必要なものを用いて表せ。

(4) この微粒子が光から受ける力の大きさfを，Q，c，θ，ϕのうち必要なものを用いて表せ。また，その向きを，点O，A，B，Cのうち必要なものを用いて表せ。

(5) 図3―2に示すように，OD間の距離をd，微粒子の半径をrとする。角度θ，ϕが小さいとき，設問Ⅰ(4)で求めた力の大きさfを，Q，c，n，r，dのうち必要なものを用いて表せ。小さな角度δに対して成り立つ近似式$\sin\delta \fallingdotseq \tan\delta \fallingdotseq \delta$，$\cos\delta \fallingdotseq 1$を使い，最終結果には三角関数を含めずに解答すること。

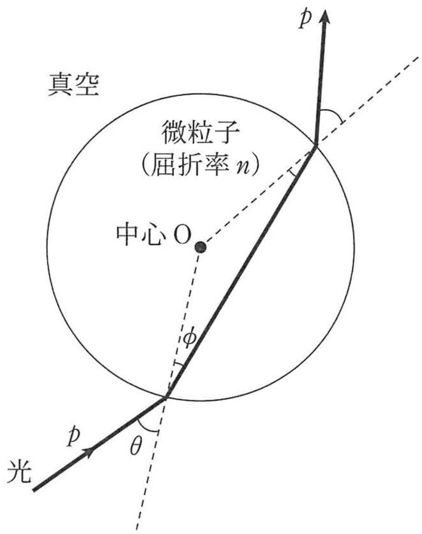


図3―1

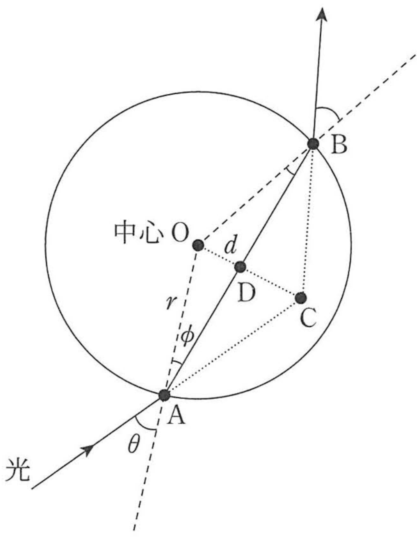


図3―2

(文字や補助線等を除き図3―1と同じ図である。)

Ⅱ　図３―３，図３―４に示すように，強度(単位時間あたりのエネルギー)の等しい２本の光線が点Ｆで交わるよう光路を調整したうえで，設問Ⅰと同じ微粒子を，それぞれ異なる位置に置いた。いずれの図においても，入射光が鉛直線(上下方向)となす角度は２本の光線で等しく，２本の光線と微粒子の中心Ｏは同一平面内にある。微粒子は固定されており，動かない。以下の設問に答えよ。力の向きについては，設問の指示に従って，力が働く場合は図３―３の左側に図示した上下左右のいずれかを解答し，力が働かない場合は「力は働かない」と答えること。

(1)　図３―３に示すように，微粒子の中心Ｏが点Ｆと一致しているとき，微粒子が２本の光から受ける合力の向きとして最も適切なものを「上」「下」「左」「右」「力は働かない」から選択せよ。

(2)　図３―４に示すように，微粒子の中心Ｏが点Ｆの下にあるとき，微粒子が２本の光から受ける合力の向きとして最も適切なものを「上」「下」「左」「右」「力は働かない」から選択せよ。点Ｆは微粒子の内部にあり，OF 間の距離は十分小さいものとする。

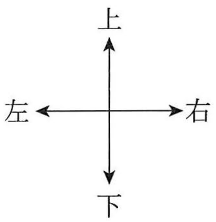
(3)　設問Ⅱ(2)において，OF 間の距離を Δy とするとき，微粒子が２本の光から受ける合力の大きさ f' と Δy の間の関係について，最も適切なものを以下のア～エから選択せよ。なお，微粒子の半径 r と比べて Δy は小さく，設問Ⅰ(5)の近似が本設問でも有効である。図３―４は，Δy の大きさが誇張して描かれているので注意すること。

ア：f' は Δy によらず一定である。

イ：f' は Δy に比例する。

ウ：f' は $(\Delta y)^2$ に比例する。

エ：f' は Δy に反比例する。



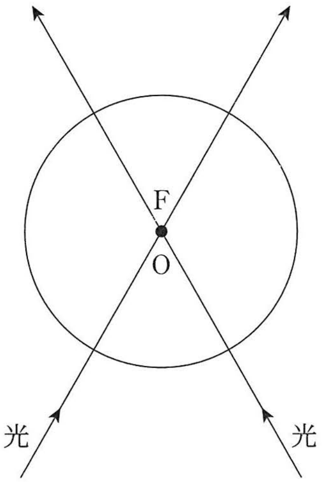


図 3 — 3

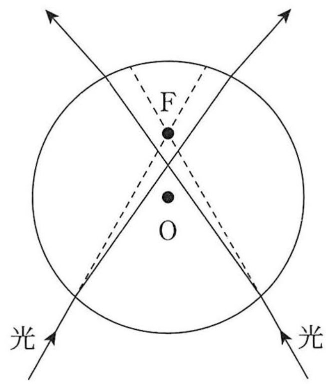


図 3 — 4

Ⅲ　図3—5に示すように，水平に置かれた薄い透明な平板の上方，高さrの位置にある点Fで，強度の等しい2本の光線(光線1，光線2)が交わるよう光路を調整したうえで，設問Ⅰ，Ⅱと同じ，半径rの微粒子を置いた。微粒子は常に平板と接触しており，微粒子と平板の間に摩擦はないものとする。微粒子には，外部から右向きに大きさf_0の力が働いており，この力と，2本の光線から受ける力が釣り合う位置で微粒子は静止している。すなわち，この微粒子は，光によって捕捉されている。OF間の距離はΔxとし，点Fは，微粒子の内部，中心O付近にある。また，入射光が鉛直線となす角度αは2本の光線で等しく，2本の光線と点Oは同一平面内にある。平板は十分薄く，平板による光の屈折や反射，吸収は考えない。光が微粒子に入射する際の入射角θは2本の光線で等しく，それに対する屈折角をϕとする。微粒子や平板の変形は考えない。

(1)　図3—5に示すように，光線1が微粒子に入射する点を点Aとし，微粒子の中心Oから微粒子内の光線1の上に降ろした垂線の長さをdとする。また，図3—6に示すように，点Oから直線AFに降ろした垂線の長さをhとする。hおよびdを，Δx，n，αのうち必要なものを用いて表せ。

(2)　ここで用いた2本の光線は，それぞれ，単位時間あたりQのエネルギーをもって，光源から射出されていた。入射角θや屈折角ϕが小さく，設問Ⅰ(5)と同じ近似が成り立つとして，2本の光線が微粒子に及ぼす合力の大きさf'を，Q，c，n，r，α，Δxを用いて表せ。ただし，θとϕは十分小さいため，$\alpha \pm (\theta - \phi) \fallingdotseq \alpha$と近似でき，合力の向きは水平方向とみなすことができる。

(3)　$n = 1.5$，$r = 10\ \mu\mathrm{m}\ (= 1 \times 10^{-5}\ \mathrm{m})$，$Q = 5\ \mathrm{mW}\ (= 5 \times 10^{-3}\ \mathrm{J/s})$，$\alpha = 45^\circ$としたところ，$\Delta x = 1\ \mu\mathrm{m}\ (= 1 \times 10^{-6}\ \mathrm{m})$であった。このとき，外部から微粒子に加えている力の大きさf_0を，有効数字1桁で求めよ。真空中の光の速さは$c = 3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$である。図3—5，図3—6は，$\alpha$や$\Delta x$等の大きさが正確ではないので注意すること。

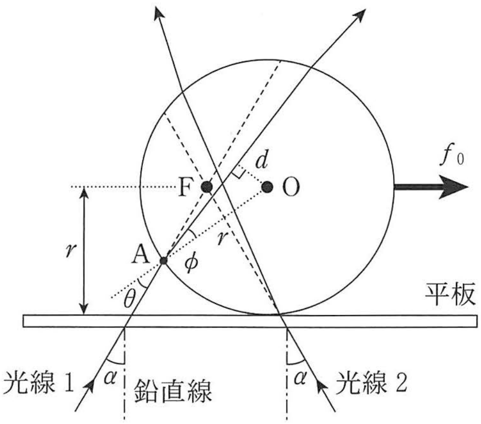


図 3 — 5

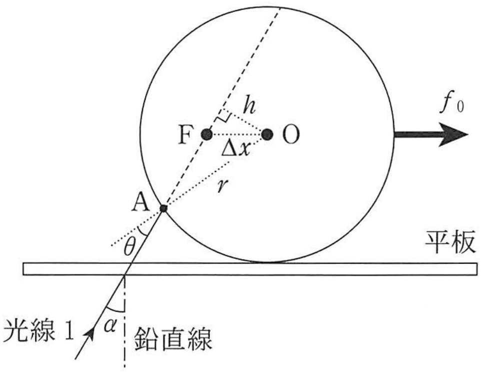


図 3 — 6

（文字や補助線等を除き
図 3 — 5 と同じ図である。）